

片上螺旋电感的一种新增增强型单 π 模型*

李成玮¹, 马铭磷^{1,2,3}, 金湘亮^{2,3}, 陈媛¹, 李志军¹

(1. 湘潭大学 信息工程学院, 湖南 湘潭 411105;

2. 微光电与系统集成湖南省工程实验室, 湖南 湘潭 411105;

3. 湘潭大学 物理与光电工程学院, 湖南 湘潭 411105)

摘要: 针对片上螺旋电感提出了一种新型增强型单 π 等效电路模型. 在宽频范围内, 该模型仿真数据和 HFSS 中电磁仿真数据呈现出很好的拟合结果. 所提模型充分考虑了高频下的衬底耦合效应、趋肤效应和邻近效应, 基于电磁仿真得到的 Y 参数, 采用拟线性函数法和二端口网络分析法来解析提取电路元件参数值, 且所提参数无需进行优化. 将各元件参数值应用于该对称单 π 等效电路, 在 0~20 GHz 范围内可以精确地模拟片上螺旋电感各参数随频率变化的特性, 从而验证了等效电路模型的准确性.

关键词: 单 π 等效电路模型; 参数提取; 衬底耦合; 高精度

中图分类号: TN 61 **文献标志码:** A **文章编号:** 0258-7971(2016)02-0204-07

硅基螺旋电感作为射频集成电路 (RFICs) 的关键无源器件, 广泛地应用于射频放大器、混频器、压控振荡器 (VCOs) 以及阻抗匹配等电路中^[1-6]. 对电感的优化和电路仿真而言, 理想的集总元件等效电路辅以高精度建模技术是很重要的, 具有鲁棒参数提取方法的、与频率无关的等效电路模型是必不可少的^[7-8]. 因此, 对射频集成电路的设计者来说, 找到一种又快又简单的方法精确提取模型参数也将是非常有用的.

为了促进射频集成电路的模型仿真和优化, 在宽频范围内提出了不同的电感等效电路模型来表征电感性能^[9-12]. 如图 1 所示为传统的 9 元素单 π 等效电路模型, 该模型并没有考虑高频下的寄生效应, 如趋肤效应和邻近效应, 简单的级联电感 L_s 和级联电阻 R_s 并不能反映螺旋电感随频率变化的特性. 因此, 在级联的 L_s 和 R_s 支路上串联了一个 R_1-L_1 并联网路, 用来表征高频下的趋肤效应和邻近效应. 同时, 随着频率的升高, 硅衬底的高频寄生效应对电感性能的影响也越来越大, 采用 R_2-C_2 并

联网络来表征衬底耦合效应^[13], 这样做能充分反映衬底耦合效应给电感带来的影响, 由于整个电路结构的对称性也不会增加参数提取复杂度, 从而提高了电路模型的准确性. 基于仿真所用频率范围不是很高的缘故, 等效电路模型忽略了电感输入与输出端口用于模拟容性耦合效应的并联电容 C_s . 模型中的元件参数值采用拟线性函数

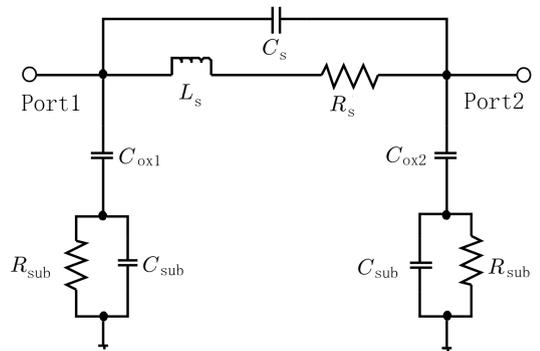


图 1 传统的 9 元素单 π 等效电路模型

Fig.1 Conventional 9-element single- π equivalent circuit model

* 收稿日期: 2015-09-05

基金项目: 国家自然科学基金 (61233010, 61176030); 湖南省自然科学基金 (2015JJ2140); 湖南省教育厅科学研究一般项目 (14C1072).

作者简介: 李成玮 (1988-), 男, 山西人, 硕士生, 研究方向为射频集成电路设计.

通信作者: 马铭磷 (1978-), 男, 湖南人, 博士, 副教授, 研究方向为射频集成电路设计. E-mail: minglin_ma@xtu.edu.cn.

法^[10,14-15]和二端口网络分析法并辅以线性拟合提取得到,将电感等效电路模型的主要性能参数(品质因数 Q 、等效串联电感 L_{eff} 、等效串联电阻 R_{eff} 和耦合因子 k)与 HFSS 中对应的电磁仿真数据进行对比,二者在 0~20 GHz 范围内有着很好的拟合结果。

1 电路模型的建立

根据整个电路的模型结构可以将其分为 3 个模块,这里用 Y 参数来表示,分别是 Y_s 、 Y_{sub1} 和 Y_{sub2} ,如图 2 所示.其中, Y_s 模块由 $Y_u(L_s, L_1, R_s, R_1)$ 和 $Y_2(R_2, C_2)$ 两部分并联组成,而 Y_{sub1} 和 Y_{sub2} 两个模块都包含有 3 个元件参数,即 $C_{\text{ox}i}$ 、 $R_{\text{sub}i}$ 和 $C_{\text{sub}i}$ ($i=1,2$).如图 3 所示为提出的增强型单 π 等效电路模型。

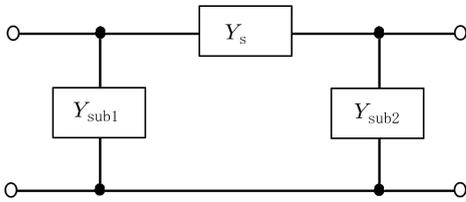


图 2 电路模型的三模块结构

Fig.2 Three modular structure of the circuit model

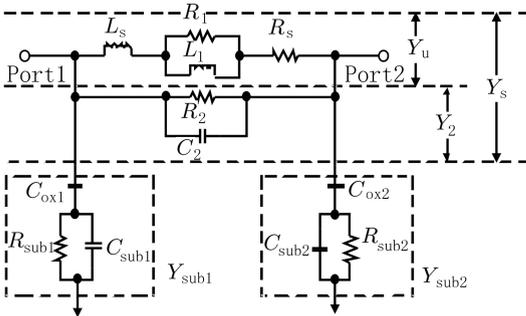


图 3 提出的片上螺旋电感的增强型单 π 等效电路模型

Fig.3 Proposed modified single- π equivalent circuit model for on-chip spiral inductors

2 参数提取

根据图 2 所示电路,并由二端口网络理论分析得到:

$$Y_s = -Y_{12}, \quad (1)$$

$$Y_{\text{sub1}} = Y_{11} + Y_{12}, \quad (2)$$

$$Y_{\text{sub2}} = Y_{22} + Y_{12}. \quad (3)$$

2.1 $Y_u(L_s, L_1, R_s, R_1)$ 部分的参数提取 Y_u 部分

包含 4 个元件,分别为 L_s, L_1, R_s 和 R_1 ,如图 3 所示.由于 $R_2 - C_2$ 并联网络是用来表征高频时的衬底耦合效应,因此,在低频条件下提取 Y_u 部分参数时可以将 R_2 和 C_2 忽略.根据电路理论可以写出如下等式:

$$Z_u = R_u(\omega) + j\omega L_u(\omega), \quad (4)$$

$$R_u(\omega) = R_s + \frac{\omega^2 L_1^2 R_1}{R_1^2 + \omega^2 L_1^2} = \text{Re}\left(-\frac{1}{Y_{12}}\right), \quad (5)$$

$$L_u(\omega) = L_s + \frac{L_1 R_1^2}{R_1^2 + \omega^2 L_1^2} = \frac{\text{Im}\left(-\frac{1}{Y_{12}}\right)}{\omega}, \quad (6)$$

其中

$$\begin{aligned} R_u(\omega) \big|_{\omega \rightarrow 0} &= R_{\text{dc}} = R_s, \\ L_u(\omega) \big|_{\omega \rightarrow 0} &= L_{\text{dc}} = L_s + L_1. \end{aligned} \quad (7)$$

将式(5)经过相应变换可以得到:

$$R_u(\omega) - R_s = R_1 \left(1 - \frac{R_1^2}{R_1^2 + \omega^2 L_1^2}\right), \quad (8)$$

再将式(8)左右两边都乘以 L_1 并结合式(7)即可化简为:

$$R_u(\omega) - R_{\text{dc}} = M(L_{\text{dc}} - L_u(\omega)), \quad (9)$$

其中

$$M = \frac{R_1}{L_1}. \quad (10)$$

同理,对式(5)进行变换也可得到:

$$R_u(\omega) - R_s = \frac{\omega^2 R_1}{M^2 + \omega^2}, \quad (11)$$

再结合式(7)推导得到如下等式:

$$R_u(\omega) - R_{\text{dc}} = N \left(1 + \frac{M^2}{\omega^2}\right)^{-1}, \quad (12)$$

其中

$$N = R_1. \quad (13)$$

从式(5)、(6)可以看出,式(9)和(12)中的 $R_u(\omega)$ 、 $L_u(\omega)$ 可由 HFSS 电磁仿真的参数 Y_{12} 得到, R_{dc} 和 L_{dc} 即分别为 $R_u(\omega)$ 、 $L_u(\omega)$ 低频时的参数值.在式(9)中,可以看作函数 $R_u(\omega) - R_{\text{dc}}$ 是 $L_{\text{dc}} - L_u(\omega)$ 的线性函数,也就是说 $R_u(\omega) - R_{\text{dc}}$ 与 $L_{\text{dc}} - L_u(\omega)$ 有着良好的线性关系,斜率 M 即可从中求得.同理,式(12)中 $R_u(\omega) - R_{\text{dc}}$ 和 $\left(1 + \frac{M^2}{\omega^2}\right)^{-1}$ 也是线性关系,斜率 N 亦可求出.综上,根据式(7)、(10)和(13)并代入已求得参数值 R_{dc} 、 L_{dc} 、 M 和 N ,即可计算得到 L_s, L_1, R_s 和 R_1 的参数值,如下为各

参数表达式:

$$R_s = R_{dc}, \quad (14)$$

$$R_1 = N, \quad (15)$$

$$L_1 = \frac{N}{M}, \quad (16)$$

$$L_s = L_{dc} - L_1. \quad (17)$$

2.2 $Y_2(R_2, C_2)$ 部分的参数提取 由于 Y_2 部分是表征衬底耦合效应对螺旋电感的性能影响,因此需要在高频条件下提取这些元件参数值.从图3所示电路中可以看到 Y_u 部分和 Y_2 部分是并联结构,因此,根据 Y 参数理论分析得到如下等式:

$$Y_s = Y_u + Y_2, \quad (18)$$

$$Y_2 = \frac{1}{R_2} + j\omega C_2. \quad (19)$$

再由等式(1)和(4)即可得到:

$$-Y_{12} - Y_u = \frac{1}{R_2} + j\omega C_2. \quad (20)$$

从等式(20)可看出,等式左边已根据 Y 参数求得,等式右边实部为常量 $\frac{1}{R_2}$,虚部是关于 ω 的线性函数,斜率为 C_2 .因此,利用拟线性函数法并辅以线性拟合即可求得 R_2 和 C_2 .

2.3 $Y_{sub1}(C_{ox1}, R_{sub1}, C_{sub1})$ 模块的参数提取 根据文献[14]并结合电路模型可写出如下表达式:

$$a_1 = R_{sub1} C_{ox1}^2, \quad (21)$$

$$b_1 = R_{sub1}^2 (C_{ox1} + C_{sub1})^2, \quad (22)$$

$$c_1 = C_{ox1}, \quad (23)$$

$$d_1 = R_{sub1}^2 C_{ox1} C_{sub1} (C_{ox1} + C_{sub1}). \quad (24)$$

又

$$\frac{1}{\text{Re}(Y_{sub1})} \omega^2 = \frac{1}{a_1} + \frac{b_1}{a_1} \omega^2, \quad (25)$$

$$\frac{\text{Im}(Y_{sub1})}{\text{Re}(Y_{sub1})} \omega = \frac{c_1}{a_1} + \frac{d_1}{a_1} \omega^2. \quad (26)$$

根据式(21)~(26),采用拟线性函数法并结合线性拟合就可求得 C_{ox1} 、 R_{sub1} 和 C_{sub1} .

同理,由于 Y_{sub1} 和 Y_{sub2} 两模块的对称性, C_{ox2} 、 R_{sub2} 和 C_{sub2} 元件参数的提取也遵循相同的求解过程和方法,因此,上述各参数亦可求出.

3 模型仿真和验证

该模型以2.5匝的四边形片上螺旋电感为例,如图4所示.其中,线圈宽度为 $15 \mu\text{m}$,线圈间的间隔为 $2 \mu\text{m}$,线圈厚度为 $2 \mu\text{m}$,内径为 $60 \mu\text{m}$,衬底阻抗率为 $10 \Omega \cdot \text{cm}$.用 HFSS 三维电磁仿真软件对给定尺寸的片上螺旋电感建模并进行 Y 参数仿真,而后再利用 ADS 及 Origin 软件联合提取出各元件参数值.为了保证各元件参数值提取结果的准确性及可应用性,需对等效电路模型进行多次参数提取并取其平均值,提取结果表1所示.

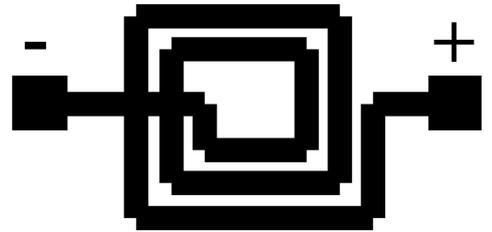


图4 片上螺旋电感模型平面图

Fig.4 On-chip spiral inductor model plan

表1 片上螺旋电感等效电路模型元件参数值

Tab.1 Element parameter values of the equivalent circuit model for on-chip spiral inductors

组数	L_s/nH	L_1/pH	R_s/Ω	R_1/Ω	C_{ox1}/fF	C_{ox2}/fF	R_{sub1}/Ω	R_{sub2}/Ω	C_{sub1}/fF	C_{sub2}/fF	$R_2/\text{k}\Omega$	C_2/fF
N1	1.68	82.47	2.18	0.78	68.9	67.4	268.47	232.18	38.5	46.3	1.78	22.78
N2	1.84	80.58	1.76	0.56	77.6	77.3	283.58	212.36	40.2	49.2	2.33	31.20
N3	1.75	86.62	4.38	0.60	75.4	74.6	289.69	220.41	41.4	48.5	2.15	30.54
N4	1.62	78.17	1.36	1.27	80.1	80.4	295.45	264.73	48.3	58.8	3.46	29.17
N5	1.46	90.64	1.62	0.83	85.7	84.8	305.41	240.54	45.5	55.3	3.23	38.44
N6	1.92	113.18	2.04	0.42	73.2	73.5	280.13	217.37	35.2	36.4	2.05	43.62
N7	2.03	75.65	1.82	1.45	79.3	78.8	301.16	245.85	42.9	47.2	2.28	32.15
N8	1.71	90.12	2.15	0.64	75.2	75.3	291.78	236.33	41.6	49.7	2.35	30.96
平均值	1.75	87.18	2.16	0.81	76.9	76.5	289.46	233.72	41.7	48.9	2.45	32.35

为了验证上述模型以及参数提取方法的准确性,需要对电感模型和等效电路作主要性能参数的比较,即品质因数 Q 、等效串联电感 L_{eff} 、等效串联电阻 R_{eff} 和耦合因子 k ,通过这4个参数来衡量提出的电路模型的等效性。 Q 和 k 的表达式如下(Q_{11} 、 Q_{22} 分别是电路输入端和输出端的品质因数):

$$Q_{11} = \frac{\text{Im}(Y_{11})}{\text{Re}(Y_{11})}, \quad (27)$$

$$Q_{22} = \frac{\text{Im}(Y_{22})}{\text{Re}(Y_{22})}, \quad (28)$$

$$k = \sqrt{\frac{\text{Re}(Z_{12})\text{Re}(Z_{21})}{\text{Re}(Z_{11})\text{Re}(Z_{22})}}. \quad (29)$$

等效串联电感 L_{eff} 和等效串联电阻 R_{eff} 可用如下等式来表示^[16]:

$$L_{\text{eff}}(f) = L_{\text{sc}}(f) - L_r(f), \quad (30)$$

$$R_{\text{eff}}(f) = R_{\text{sc}}(f) + R_r(f). \quad (31)$$

其中, $L_{\text{sc}}(f)$ 、 $R_{\text{sc}}(f)$ 分别为电感线圈的电感和电阻, $L_r(f)$ 称为反射电感, $R_r(f)$ 称为反射电阻. 反射电阻与电感的工作频率成正比,随着工作频率的上升等效串联电阻 R_{eff} 在不断增大;反射电感相对于电感线圈的电感是负值,其绝对值随着工作频率的增加而增大,从而降低等效串联电感的感值.

电感是磁能储能元件,为了使其正常工作,等效电路的工作频率应低于电感的自谐振频率.从图5分析可知,等效电路模型的自谐振频率点为15 GHz,低频下由于各类损耗对电感性能的影响可以

忽略不计,而电路的阻性损耗对电感的影响也较为有限.随着频率的不断上升,高频寄生效应对电感性能的影响也变得越来越严重,电感金属线圈的高频趋肤效应和邻近效应以及磁场在硅衬底中形成的涡流都会造成串联电阻的急剧增加,导致 Q 值的下降.最后由于自谐振因素的影响, Q 值变为0.综上所述,在低频段储存磁能为主导因素,影响 Q 值的主要是电阻损耗,随着频率的升高,高频寄生效应变为主要影响因素,最后自谐振因素又成为主要因素^[17].同样,在低频时只考虑直流阻性损耗,因而等效串联电感 L_{eff} 趋于恒定;随着频率的不断上升,反射电感 $L_r(f)$ 的绝对值增加并结合式(30)分析可知,等效串联电感感值在增加,当工作频率超过电感的自谐振频率时电感就会呈现容性特征,但 L_{eff} 的感值会随着频率的持续升高而减小,由于只考虑等效串联电感 L_{eff} 在电路自谐振频率范围内的变化情况,因此仿真结果如图6所示.图7中,在0~15 GHz 范围内模型和等效电路的等效串联电阻 R_{eff} 有着很好的拟合结果,在自谐振频率点以上出现细微误差的原因可能是没有将电路模型输入与输出端口的耦合电容考虑进去,由于电容具有通高频、阻低频的特性,因此在频率不是很高的情况下往往会忽略这种影响.耦合因子 k 是用来表征电感模型与对应等效电路的拟合度,从图8可以看出,在自谐振频率范围内曲线始终保持了一致性,即二者有着很好的拟合程度.

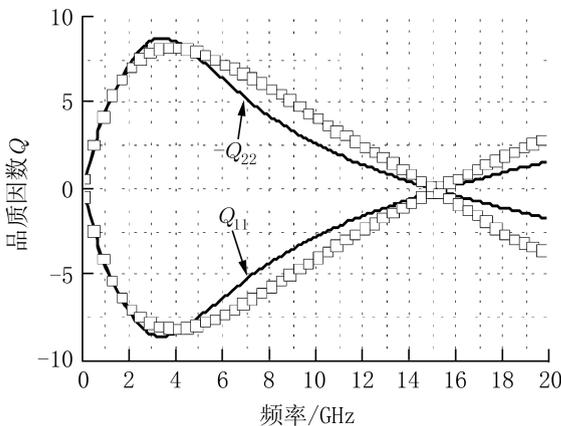


图5 HFSS与等效电路模型品质因数的仿真结果对比
Fig.5 Comparison of simulation results for quality factor between HFSS and equivalent circuit model

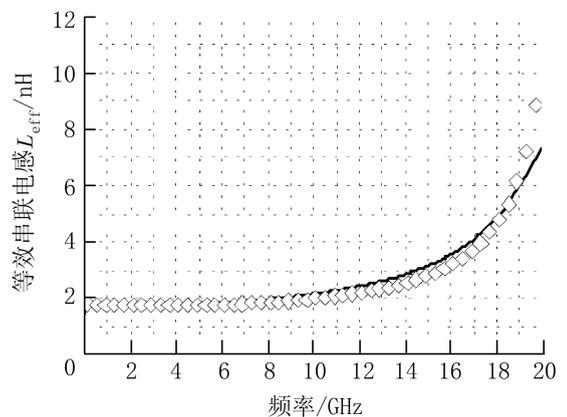


图6 HFSS与等效电路模型等效串联电感的仿真结果对比
Fig.6 Comparison of simulation results for equivalent series inductance between HFSS and equivalent circuit model

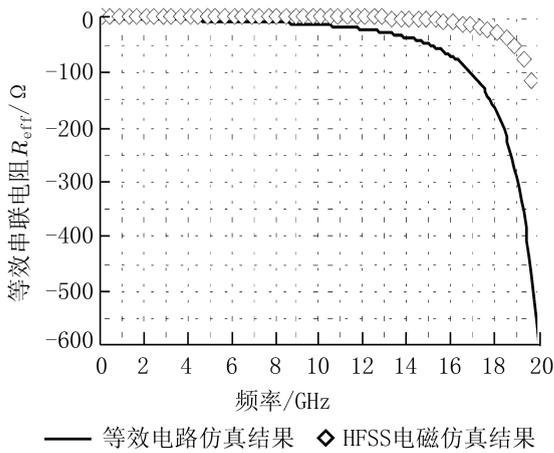


图 7 HFSS 与等效电路模型等效串联电阻的仿真结果对比

Fig.7 Comparison of simulation results for equivalent series resistance between HFSS and equivalent circuit model

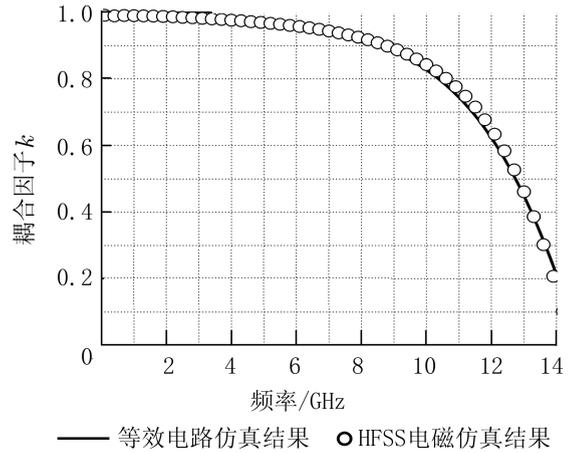


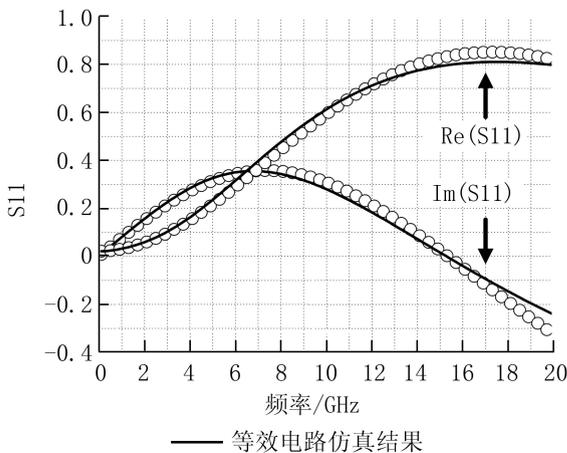
图 8 HFSS 与等效电路模型耦合因子的仿真结果对比
Fig.8 Comparison of simulation results for coupling factor between HFSS and equivalent circuit model

图 9 给出了 HFSS 仿真和等效电路模型拟合 S 参数对比图,曲线表明所采用集总模型拟合得到的 S 参数与仿真结果在电路自谐振频率范围内是非常吻合的,这也充分说明了电感模型与提出的对应电路是等效的。

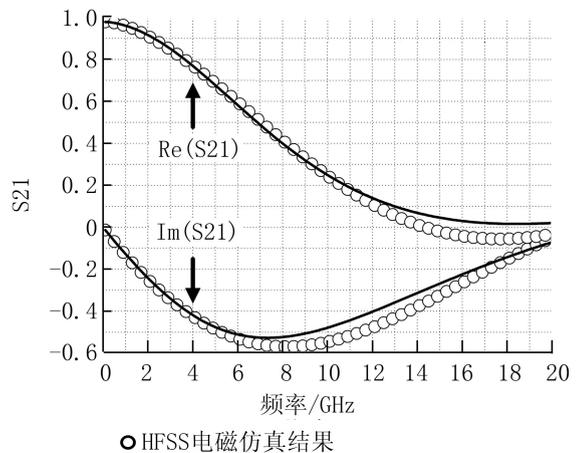
综上,在不超过电路自谐振频率的范围内模型精确地拟合了 HFSS 电磁仿真数据.由于在实际应用中,螺旋电感必须工作在自谐振频率以下,超过自谐振频率时螺旋电感会呈现电容特性,因此,等效电路模型的适用范围到自谐振频率即可满足实际要求。

4 结束语

随着频率的不断升高,各寄生效应对片上螺旋电感性能的影响越来越大,尤其是高频时的寄生效应,因此提出了一种新型增强型单 π 等效电路模型.该模型充分考虑了高频下的趋肤效应、邻近效应和衬底耦合效应,并对提取的等效电路模型和 HFSS 电磁仿真的主要性能参数作了对比.从实验仿真结果可以看出,在 0~20 GHz 范围内两者有很好的拟合度.基于在一定频率范围内的高精确性,该模型可用于基于片上螺旋电感的电路设计与仿



(a) S11 的仿真结果对比



(b) S21 的仿真结果对比

图 9 HFSS 仿真与模型拟合提取出的 S 参数的比较

Fig.9 Comparison of S-parameters between HFSS simulation and extracted from model fitting

真.同时,其参数提取方法对片上螺旋电感模型参数提取的理论研究也具有一定的参考意义.

参考文献:

- [1] 南敬昌,冯永生,刘元安.基于 ADS 线性射频放大器设计与仿真[J].计算机仿真,2007(5):302-305.
NAN J C, FENG Y S, LIU Y A. Design and simulation of linear RF amplifier based on ADS[J]. Computer Simulation, 2007(5):302-305.
- [2] 黄军,高晓蓉,王敏锡,等.射频电路中混频器的设计[J].现代电子技术,2012(13):88-90.
HUANG J, GAO X R, WANG M X, et al. Design of mixer in RF circuit[J]. Modern Electronics Technique, 2012(13):88-90.
- [3] 程梦璋,景为平.CMOS 环型压控振荡器的设计[J].电子科技大学学报,2009,38(2):305-308.
CHENG M Z, JING W P. Design of CMOS ring voltage controlled oscillator[J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 2009, 38(2):305-308.
- [4] 秦德淳,陈雷,蒲有珠.基于信号完整性分析的阻抗匹配问题研究[J].科学技术与工程,2008,8(4):1 052-1 055.
QIN D C, CHEN L, PU Y Z. Method research of impedance matching based on analyse of signal integrity[J]. Science Technology and Engineering, 2008, 8(4):1 052-1 055.
- [5] BERYL R, VAITHIANATHAN V, KIRUBAVENI S. Comparative analysis of various on-chip spiral inductors[C]//2013 International Conference on Communications and Signal Processing (ICCSP), 2013: 437-441.
- [6] ARVAS S. Spiral inductor model extraction: A survey of the field[C]//2012 IEEE 13th Annual Wireless and Microwave Technology Conference (WAMICON), 2012: 1-7.
- [7] GRAY P R, MEYER R G. Future directions in silicon ICs for RF personal communications[C]//Custom Integrated Circuits Conference, 1995:83-90.
- [8] ASHBY K B, KOULLIAS I, FINLEY W C, et al. High Q inductors for wireless applications in a complementary silicon bipolar process[J]. IEEE Journal of Solid-State Circuits, 1996, 31(1):4-9.
- [9] YUE C P, WONG S S. Physical modeling of spiral inductors on silicon[J]. IEEE Transactions on Electron Devices, 2000, 47(3):560-568.
- [10] CHEN H H, ZHANG H W, CHUNG S J, et al. Accurate systematic model-parameter extraction for on-chip spiral inductors[J]. IEEE Transactions on Electron Devices, 2008, 55(11):3 267-3 273.
- [11] WEI J, WANG Z. Frequency-independent T equivalent circuit for on-chip spiral inductors[J]. IEEE Electron Device Letters, 2010, 31(9):933-935.
- [12] YANG G, WANG Z, WANG K. Modified T-Model With an Improved Parameter Extraction Method for Silicon-Based Spiral Inductors[J]. IEEE Microwave and Wireless Components Letters, 2014, 24(11):817-819.
- [13] LU J, HUANG F, CHI Y. An analytical approach to parameter extraction for on-chip spiral inductors with double- π equivalent circuit[C]//Radio Frequency Integrated Circuits (RFIC) Symposium, 2006: 221-224.
- [14] HUANG F, JIANG N, BIAN E. Characteristic-function approach to parameter extraction for asymmetric equivalent circuit of on-chip spiral inductors[J]. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 2006, 54(1):115-119.
- [15] 韦家驹,王志功,李智群. Direct extraction of equivalent circuit parameters for on-chip spiral transformers[J]. 半导体学报, 2012, 33(1):15 012-15 017.
WEI J J, WANG Z G, LI Z Q. Direct extraction of equivalent circuit parameters for on-chip spiral transformers[J]. Journal of Semiconductors, 2012, 33(1):15 012-15 017.
- [16] 任军. 硅基片上螺旋电感建模及其在射频芯片中的应用[D]. 成都:电子科技大学, 2007.
REN J. Modeling of on-chip spiral inductors on silicon and its application in RF chips[D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2007.
- [17] 王国波,张流强,夏华灿,等. 平面螺旋电感的计算和影响 Q 值的因素探讨[C]. 第五届中国(国际)纳米科技西安研讨会(西安), 2006:111-116.
WANG G B, ZHANG L Q, XIA H C, et al. Calculation of planar spiral inductors and discussion of the influencing factors for Q value[C]. The 5th China(International) Nanometer Science and Technology Symposium in Xi'an(Xi'an), 2006:111-116.

A new modified single- π model for on-chip spiral inductors

LI Cheng-wei¹, MA Ming-lin^{1,2,3}, JIN Xiang-liang^{2,3}, CHEN Yuan¹, LI Zhi-jun¹

(1.The College of Information and Engineering,Xiangtan University,Xiangtan 411105,China;

2.Hunan Engineering Laboratory for Microelectronics,Optoelectronics and System on A Chip,Xiangtan 411105,China;

3.School of Physics and Optoelectronics,Xiangtan University,Xiangtan 411105,China)

Abstract: A new modified single- π equivalent circuit model for on-chip spiral inductors is presented. It shows a good fitting result between the simulated data of this model and the EM simulated data in HFSS over a wide frequency range. The proposed model takes full account of the substrate coupling effect, the skin and proximity effects at high frequencies, component parameter values of the circuit are analytically extracted based on Y -parameters using the method of quasi-linear functions and the two-port network analysis derived from EM simulation without any optimization. As applied to the symmetric single- π equivalent circuit, it can simulate the frequency variation characteristics of different parameters for on-chip spiral inductors with a high precision from 0 to 20 GHz, and verify the accuracy of the equivalent circuit model.

Key words: single- π equivalent circuit model; parameter extraction; the substrate coupling; high precision